

定員2名、3名、4名の3つの部屋がある。

(1) 2人の教員と7人の学生の合計9人をこれらの3つの部屋に定員どおりに入れる割り当て方は $\boxed{\quad}$ 通りである。

また、その割り当て方の中で2人の教員が異なる部屋に入るようにする割り当て方は $\boxed{\quad}$ 通りである。

(2) 7人の学生のみを、これらの3つの部屋に定員を超えないように入れる割り当て方は $\boxed{\quad}$ 通りである。

ただし、誰も入らない部屋があってもよい。

(2016 慶応義塾大)

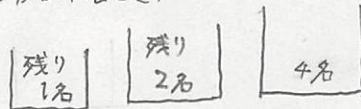
(1)

<ア>

$$\begin{aligned} & {}_9C_2 \times {}_7C_3 \times {}_4C_4 \\ &= \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \times \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \underline{\underline{1260}} \text{ (通り)} \end{aligned}$$

<イ> **解法1**

(i) 2人の教員が、2名と3名の部屋に分配するとき、



教員の分配方法は $2!$ 通り。

それぞれそれに対して、残り7名の

学生の分配方法は

$${}_7C_1 \times {}_6C_2 \times {}_4C_4$$

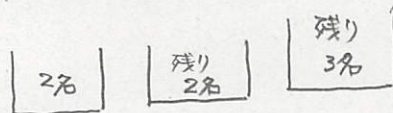
$$= 7 \times 15$$

$$= 105 \text{ (通り)}$$

よて

$$2! \times 105 = 210 \text{ (通り)}$$

(ii) 2人の教員が、3名と4名の部屋に分配するとき、



教員の分配方法は $2!$ 通り

それぞれそれに対して、残り7名の

学生の分配方法は

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3$$

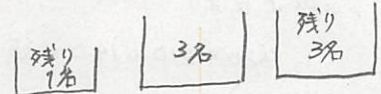
$$= 21 \times 10$$

$$= 210 \text{ (通り)}$$

よて

$$2! \times 210 = 420 \text{ (通り)}$$

(iii) 2人の教員が、2名と4名の部屋に分配するとき、



教員の分配方法は $2!$ 通り

それぞれそれに対して、残り7名の

学生の分配方法は

$${}_7C_1 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3$$

$$= 7 \times 20$$

$$= 140 \text{ (通り)}$$

$$\text{よて } 2! \times 140 = 280 \text{ (通り)}$$

(i) ~ (iii) より

$$210 + 420 + 280 = \underline{\underline{910}} \text{ (通り)}$$

(2) **解法1**

2名	3名	4名	
2	3	2	—— A
2	2	3	—— B
2	1	4	—— C
1	3	3	—— D
1	2	4	—— E
0	3	4	—— F

A と B の分配方法はそれぞれ

$${}_7C_2 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2$$

$$= 21 \times 10$$

$$= 210 \text{ (通り)}$$

よて、あわせて 420 通り

C と E の分配方法はそれぞれ

$${}_7C_2 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4$$

$$= 21 \times 5$$

$$= 105 \text{ (通り)}$$

よて、あわせて 210 通り

(裏に続く)

D の分かれ方は

$$\begin{aligned} & 7C_1 \times 6C_3 \times 3C_3 \\ &= 7 \times 20 \\ &= 140 \text{ (通り)} \end{aligned}$$

F の分かれ方は

$$\begin{aligned} & 7C_3 \times 4C_4 \\ &= 35 \text{ (通り)} \end{aligned}$$

以上により

$$\begin{aligned} & 420 + 210 + 140 + 35 \\ &= \underline{805 \text{ (通り)}} \end{aligned}$$

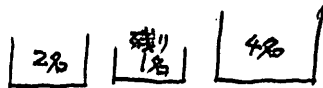
(1) <1> **解法2**

- (i) 2人の教員がともに2名の部屋に入るとき



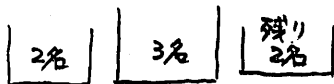
$$7C_3 \times 4C_4 = 35 \text{ (通り)}$$

- (ii) 2人の教員がともに3名の部屋に入るとき



$$7C_2 \times 5C_1 \times 4C_4 = 105 \text{ (通り)}$$

- (iii) 2人の教員がともに4名の部屋に入るとき



$$7C_2 \times 5C_3 \times 2C_2 = 210 \text{ (通り)}$$

(i) ~ (iii) より

$$35 + 105 + 210 = 350 \text{ (通り)}$$

よって

2人の教員が異なる部屋に入る
ような割り当て方は

$$1260 - 350 = \underline{910 \text{ (通り)}}$$

(2) **解法2**

教員を含めた9人の割り当て方から、
教員を除くことも考える。

- (i) 2人の教員が同じ部屋に入っているとき。

(1) より 350 (通り)

- (ii) 2人の教員が異なる部屋に入っているとき。

2人の区別をなくすとして“AZ”

(1) より $\frac{9!}{2!} = 455 \text{ (通り)}$

(i), (ii) より

$$350 + 455 = \underline{805 \text{ (通り)}}$$

大, 中, 小3個のさいころを同時に投げて, 出た目の数をそれぞれ x, y, z とするとき

- (1) $x=y=z$ となる確率を求めよ。
 (2) $x < y < z$ となる確率を求めよ。
 (3) $x \leq y \leq z$ かつ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ となる確率を求めよ。
 (4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ となる確率を求めよ。

(2012 獨協医科大学)

(1)

④ $6^3 = 216$ (通り)

⑤ すべて同じ目となるのは
6通り

よ, $\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

(2)

$x < y < z$ となるのは

${}_6C_3 \times 1 = 20$ (通り)

よ, $\frac{20}{216} = \frac{5}{54}$

(3)

(0<) $x \leq y \leq z$ のとき

$\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \geq \frac{1}{z}$ であり

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$

$1 \leq \frac{3}{x}$

$x \leq 3$

$x \in \mathbb{N}$ より $x = 1, 2, 3$

ii) $x=1$ のとき $1 \leq y \leq z$

$1 + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

これを満たす $y, z \in \mathbb{N}$ は
存在しない

(ii) $x=2$ のとき $2 \leq y \leq z$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$

$2z + 2y = yz$

$yz - 2y - 2z = 0$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} z & -2 \\ y & yz - 2y \\ -2 & -2z + 4 \end{array} \\ +4 \downarrow \quad \uparrow +4 \end{array}$$

$(y-2)(z-2) = 4$

$2 \leq y \leq z$ より

$0 \leq y-2 \leq z-2$

$y, z \in \mathbb{Z}$ なる z

$$\begin{array}{c|cc} y-2 & 1 & 2 \\ \hline z-2 & 4 & 2 \end{array}$$

よ, $\frac{2}{216}$

$(x, y, z) = (2, 3, 6), (2, 4, 4)$

の 2通り

よ, $\frac{2}{216}$

(iii) $x=3$ のとき $3 \leq y \leq z$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3}$

$3z + 3y = 2yz$

$2yz - 3y - 3z = 0$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} z & -\frac{3}{2} \\ 2y & 2yz - 3y \\ -3 & -3z + \frac{9}{2} \end{array} \\ +\frac{9}{2} \downarrow \quad \uparrow +\frac{9}{2} \end{array}$$

$(2y-3)(z-\frac{3}{2}) = \frac{9}{2}$

$(2y-3)(2z-3) = 9$

(裏に続く)

$$3 \leq y \leq z \text{ ㉙}$$

$$3 \leq 2y-3 \leq 2z-3$$

$$y, z \in \mathbb{Z} \text{ ㉚}$$

$$\begin{cases} 2y-3=3 \\ 2z-3=3 \end{cases}$$

㉛

$$(x, y, z) = (3, 3, 3)$$

㉜ 1通り

㉝

$$\frac{1}{216}$$

(i) ~ (iii) ㉞

$$\frac{2}{216} + \frac{1}{216}$$

$$= \frac{3}{216}$$

$$= \frac{1}{72}$$

(4) (3) ㉟

$$\{x, y, z\} = \{2, 3, 6\}, \{2, 4, 4\}, \{3, 3, 3\}$$

㊱

$$\{x, y, z\} = \{2, 3, 6\} \text{ となるのは}$$

$$3! = 6 \text{ (通り)}$$

$$\{x, y, z\} = \{2, 4, 4\} \text{ となるのは}$$

$$\frac{3!}{2!} = 3 \text{ (通り)}$$

$$\{x, y, z\} = \{3, 3, 3\} \text{ となるのは}$$

1通り

㊲

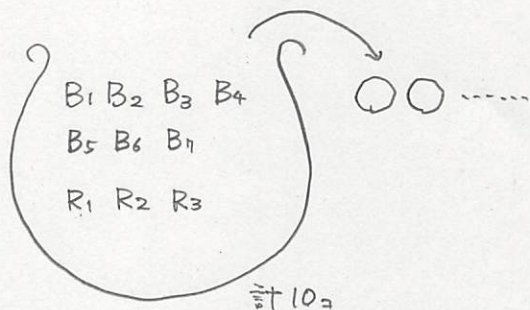
$$\frac{6+3+1}{216} = \frac{10}{216}$$

$$= \frac{5}{108}$$

袋の中に青玉が7個、赤玉が3個入っている。袋から1回につき1個ずつ玉を取り出す。1度取り出した玉は袋に戻さないとして、次の問に答えよ。

- (1) 4回目に初めて赤玉が取り出される確率を求めよ。
- (2) 8回目が終わった時点で赤玉がすべて取り出されている確率を求めよ。
- (3) 赤玉がちょうど8回目ですべて取り出される確率を求めよ。

(2009 東北大)



- (1)
- ① ② ③ ④ ⑤ ⑥
B B B R (R) (R) ...

となるように。

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6!}{10!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{1}{8}$$

(3)

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
B	5	B	R	2	B		R	B	B

$$\frac{{}^7C_5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2!}{10!}$$

$$= \frac{7 \cdot 2! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}$$

$$= \frac{7}{40}$$

(2)

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
(i)			B	7	B	R	1		R	R
(ii)			B	6	B	R	2		R	B
(iii)			B	6	B	R	2		B	R

(i) aとき

$$\frac{{}^8C_7 \cdot 7! \cdot 3 \cdot 2!}{10!} = \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 9} = \frac{1}{15}$$

(ii), (iii) aとき

$$\frac{{}^8C_6 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2!}{10!}$$

$$= \frac{7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}$$

$$= \frac{7}{15}$$

(i) ~ (iii) より

$$1 - \frac{1}{15} - \frac{7}{15} = \frac{7}{15}$$

机のひきだしAに3枚のメダル、ひきだしBに2枚のメダルが入っている。ひきだしAの各メダルの色は金、銀、銅のどれかであり、ひきだしBの各メダルの色は金、銀のどちらかである。

- (1) ひきだしAのメダルの色が2種類である確率を求めよ。
- (2) ひきだしA、Bをあわせたメダルの色が2種類である確率を求めよ。
- (3) ひきだしA、Bをあわせてちょうど3枚の金メダルが入っていることがわかっているとき、ひきだしAのメダルの色が2種類である確率を求めよ。

(2016 北海道大)

$$\left(\begin{array}{l} A \text{ --- } g, s, b \text{ のうち 3枚} \\ B \text{ --- } g, s \text{ のうち 2枚} \end{array} \right)$$

(1)

$$\textcircled{\text{全}} \quad 3^3 = 27 \text{ (通り)}$$

③ 余事象「3種類 or 1種類である」

$$\left(\begin{array}{l} 3\text{種類 のとき} \quad 3! = 6 \text{ (通り)} \\ 1\text{種類 のとき} \quad 3 \text{ 通り} \end{array} \right)$$

$$\text{よて} \quad 1 - \frac{6+3}{27} = 1 - \frac{9}{27} = \frac{2}{3}$$

(2) 解法1

(i) Aに1種類 のとき

(i) ggg のとき

Bは ss, gs

$$\frac{1}{27} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{108}$$

(i) sss のとき

Bは gg, gs

$$\frac{1}{27} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{108}$$

(i) bbb のとき

Bは gg or ss

$$\frac{1}{27} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{108}$$

(i) (i) (i) よ

$$\frac{3}{108} + \frac{3}{108} + \frac{2}{108} = \frac{8}{108}$$

(ii) Aに2種類 のとき

(i) ggs のとき

Bは gg, gs, ss

$$\frac{3C_2}{27} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{108}$$

(i) gss のとき

Bは gg, gs, ss

$$\frac{3C_1}{27} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{108}$$

(i) ggb のとき

Bは gg

$$\frac{3C_2}{27} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{108}$$

(i) gbb のとき

Bは gg

$$\frac{3C_1}{27} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{108}$$

(i) sss のとき

Bは ss

$$\frac{3C_2}{27} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{108}$$

(i) sbb のとき

Bは ss

$$\frac{3C_1}{27} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{108}$$

(i) ~ (i) よ

$$\frac{12}{108} \times 2 + \frac{3}{108} \times 4$$

$$= \frac{24}{108} + \frac{12}{108}$$

$$= \frac{36}{108}$$

(i), (ii) よ

$$\frac{8}{108} + \frac{36}{108} = \frac{44}{108}$$

$$= \frac{11}{27}$$

(裏に続く)

(3)

(i) Aに q 3枚の時

Bは SS

$$\frac{1}{27} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{108}$$

(ii) Aに q 2枚の時

Bは qS

$$\frac{{}_3C_2 \times 2}{27} \times \frac{2}{4} = \frac{12}{108}$$

(iii) Aに q 1枚の時

Bは qq

$$\frac{{}_3C_1 \times 2^2}{27} \times \frac{1}{4} = \frac{12}{108}$$

(i) ~ (iii) より

q 3枚 である確率は

$$\frac{1}{108} + \frac{12}{108} + \frac{12}{108} = \frac{25}{108}$$

このうち Aに 2種類の色が

入っているのは

$$(ii) \text{ より } \frac{12}{108}$$

(iii) で qSS, qqS より

$$\left(\frac{{}_3C_1}{27} + \frac{{}_3C_1}{27} \right) \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{6}{27} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{6}{108}$$

$$\text{よって } \frac{12}{108} + \frac{6}{108} = \frac{18}{108}$$

求める条件付き確率は

$$\frac{\frac{18}{108}}{\frac{25}{108}} = \frac{18}{25}$$

(2) 解法2

$$\textcircled{全} 3^3 \times 2^2 = 108 \text{ (通り)}$$

$$\textcircled{事} \text{ (i) 5枚 かつ q, s のとき}$$

$$2^5 - 2 = 30 \text{ (通り)}$$

$$\text{(ii) 5枚 かつ q, b のとき}$$

$$(2^3 - 1) \times 1 = 7 \text{ (通り)}$$

$$\text{(iii) 5枚 かつ s, b のとき}$$

$$(2^3 - 1) \times 1 = 7 \text{ (通り)}$$

(i) ~ (iii) より

$$30 + 7 + 7 = 44 \text{ (通り)}$$

よって

$$\frac{44}{108} = \frac{11}{27}$$

数直線上に石を置き、硬貨を投げて表が出れば数直線上で原点に関して対称な点、裏が出れば数直線上で座標1の点に関して対称な点に石を移動する。

- (1) 石が座標 x の点にあるとする。2回硬貨を投げたとき、石が座標 x の点にある確率を求めよ。
 (2) 石が原点にあるとする。 n を自然数とし、 $2n$ 回硬貨を投げたとき、石が座標 $2n-2$ の点にある確率を求めよ。

(2013 京都大)

(1)

2回の操作で座標 x に戻るためには

2回とも表 または 2回とも裏 となるとよい。

$$\text{ゆえに、} \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

(2)

石が座標 x の点にあるとき、2回の操作で

表 $\rightarrow$ 表 のとき

$$x \rightarrow -x \rightarrow x$$

表 $\rightarrow$ 裏 のとき

$$x \rightarrow -x \rightarrow x+2$$

裏 $\rightarrow$ 表 のとき

$$x \rightarrow -x+2 \rightarrow x-2$$

裏 $\rightarrow$ 裏 のとき

$$x \rightarrow -x+2 \rightarrow x$$

上記それぞれが起こる確率は $\frac{1}{4}$

ゆえに、2回の操作で座標が

$$\begin{pmatrix} +2 & \cdots & \frac{1}{4} \\ 0 & \cdots & \frac{1}{2} \\ -2 & \cdots & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

よて、 $2n$ 回で座標 $2n-2$ となるには

$+2$ が $n-1$ (回) , 0 が 1回

となるとよい。

つまり

$${}_nC_{n-1} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \cdot C_1 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{n}{2 \cdot 4^{n-1}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{n}{2^{2n-1}}}}$$

AさんとBさんがじゃんけんして勝負をする。ただし、 n 回目まで出した手がすべてあいこの場合は、その時点で引き分けとしてじゃんけんをやめる。Aさんはじゃんけんをするとき、確率 $\frac{1}{2}$ でグーを出し、確率 $\frac{1}{3}$ でチョキを出し、確率 $\frac{1}{6}$ でパーを出す、とする。

次の(1), (2), (3)の各場合について、 n 回目までに勝つ確率を最も高くするために、Bさんはどのような作戦をとればよいか。また、そのときのBさんの勝つ確率を求めよ。

(1) $n=1$ の場合(2) $n=2$ の場合(3) $n=3$ の場合

(2010 お茶の水女子大)

(1)

1回でBが勝つ確率は

$$\begin{cases} \text{パー} \cdots \frac{1}{2} \\ \text{グー} \cdots \frac{1}{3} \\ \text{チョキ} \cdots \frac{1}{6} \end{cases}$$

ゆえに

$$\text{パーを出すとき、確率は } \frac{1}{2}$$

(2)

1回であいこになる確率は

$$\begin{cases} \text{グー} \cdots \frac{1}{2} \\ \text{チョキ} \cdots \frac{1}{3} \\ \text{パー} \cdots \frac{1}{6} \end{cases}$$

1回目にあいこで、2回目に勝つ確率

を最大にするには

(1) より パーを出すとき。

ゆえに、

1回目でBが出す手は

$$\begin{cases} \text{グー} \cdots \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \\ \text{チョキ} \cdots \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \\ \text{パー} \cdots \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12} \end{cases}$$

よって

(グー, パー) or (パー, パー)

と出すとき、確率は $\frac{7}{12}$

(3)

1回目で勝つ or 2回目までにあいこ→勝つ
or 3回目までにあいこ→あいこ→勝つ
確率が最大となるとよく、(2) より 2回の試行で勝つ確率を最大にするのは (グー, パー) or (パー, パー) であり、そのときの確率は $\frac{7}{12}$ である。

1回目でBが出す手は

$$\begin{aligned} \text{グー} \cdots \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} &= \frac{1}{3} + \frac{7}{24} \\ &= \frac{15}{24} \\ &= \frac{5}{8} = \frac{45}{72} \\ \text{チョキ} \cdots \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{7}{12} &= \frac{1}{6} + \frac{7}{36} \\ &= \frac{13}{36} = \frac{26}{72} \\ \text{パー} \cdots \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \times \frac{7}{12} &= \frac{1}{2} + \frac{7}{72} \\ &= \frac{43}{72} \end{aligned}$$

よって

(グー, グー, パー) or (グー, パー, パー)
と出すとき、確率は $\frac{5}{8}$

A, B, Cの3つのチームが参加する野球の大会を開催する。次の方式で試合を行い、2連勝したチームが出た時点でそのチームを優勝チームとして大会は終了する。

- (a) 1試合目でAとBが対戦する。
 (b) 2試合目で、1試合目の勝者と、1試合目で待機していたCが対戦する。
 (c) k 試合目で優勝チームが決まらない場合は、 k 試合目の勝者と、 k 試合目で待機していたチームが $k+1$ 試合目で対戦する。ここで k は2以上の整数とする。

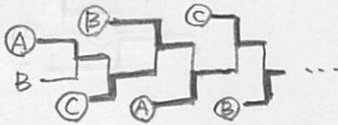
なお、すべての対戦において、それぞれのチームが勝つ確率は $\frac{1}{2}$ で、引き分けはないものとする。

- (1) n を2以上の整数とする。ちょうど n 試合目でAが優勝する確率を求めよ。
 (2) m を正の整数とする。総試合数が $3m$ 回以下でAが優勝したとき、Aの最後の対戦相手がBである条件付き確率を求めよ。

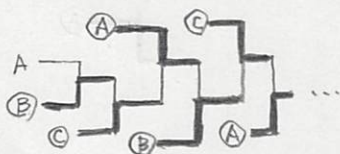
(2016 東京大)

(1)

最初にAが勝つとき、



最初にBが勝つとき、



n	1	2	3	4	5	6	...
勝つ可能性	X	A B	C	A B	A B	C	...

表より

$$\begin{cases} n=3m \text{ のとき} & 0 \\ n \neq 3m \text{ のとき} & \left(\frac{1}{2}\right)^n \end{cases}$$

AがBに勝って優勝するとき

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^7 + \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{3m-2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8}\right)^3 + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8}\right)^{m-1} \\ &= \frac{\frac{1}{16} \{1 - (\frac{1}{8})^{m-1}\}}{1 - \frac{1}{8}} \\ &= \frac{1}{14} \{1 - (\frac{1}{8})^{m-1}\} \end{aligned}$$

よて、

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{14} \{1 - (\frac{1}{8})^{m-1}\}}{\frac{5}{14} - \frac{3}{28} (\frac{1}{8})^{m-1}} = \frac{2 - 2(\frac{1}{8})^{m-1}}{10 - 3(\frac{1}{8})^{m-1}} \\ &= \frac{2 \cdot 8^{m-1} - 2}{10 \cdot 8^{m-1} - 3} \end{aligned}$$

(2)

 $3m$ 回以下でAが優勝する確率は

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^7 + \left(\frac{1}{2}\right)^8 \\ & \quad + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{3m-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{3m-1} \\ &= \frac{1}{4} + \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^7 + \left(\frac{1}{2}\right)^8 \right\} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{3m-6} \right\} \\ &= \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) \left\{ 1 + \frac{1}{8} + \left(\frac{1}{8}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{8}\right)^{m-2} \right\} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{3}{32} \times \frac{1 \cdot \{1 - (\frac{1}{8})^{m-1}\}}{1 - \frac{1}{8}} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{3}{32} \times \frac{8}{7} \{1 - (\frac{1}{8})^{m-1}\} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{3}{28} - \frac{3}{28} \left(\frac{1}{8}\right)^{m-1} \\ &= \frac{5}{14} - \frac{3}{28} \left(\frac{1}{8}\right)^{m-1} \end{aligned}$$