

第1問

[1] (1) $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$

$$a^2 - 2a - 8 < 0$$

$$(a+2)(a-4) < 0$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{-2}{\cancel{+1}} < a < \frac{4}{\cancel{-1}}$$

(2) $l \text{ 上 } y=0 \text{ とし}$

$$(a^2 - 2a - 8)x + a = 0$$

$$a^2 - 2a - 8 \neq 0 \text{ より}$$

$$x = \frac{-a}{a^2 - 2a - 8}$$

よって

$$b = \frac{-a}{a^2 - 2a - 8}$$

(i) $a > 0$ のとき $-a < 0$ であり

$b > 0$ となるためには

$$a^2 - 2a - 8 < 0$$

(1) より $-2 < a < 4$

$a > 0$ より $\frac{0}{\cancel{+}} < a < \frac{4}{\cancel{-}}$

(ii) $a \leq 0$ のとき $-a \geq 0$ であり

$b > 0$ となるためには

$$a^2 - 2a - 8 > 0$$

(1) より $a < -2, 4 < a$

$a \leq 0$ より $a < \frac{-2}{\cancel{+}}$

$a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = \frac{-\sqrt{3}}{3 - 2\sqrt{3} - 8}$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{-5 - 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3} - 6}{13}$$

740サシ

[2]

(1) ① $P \cap Q \cap R$ 24の倍数

① $P \cap Q \cap \bar{R}$ 12の倍数 から 24の倍数 を除いたもの

② $P \cap \bar{Q}$ 4の倍数 から 12の倍数 を除いたもの

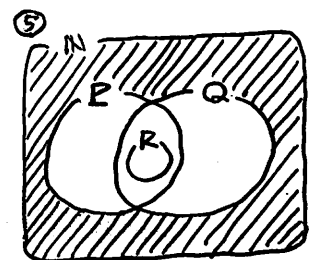
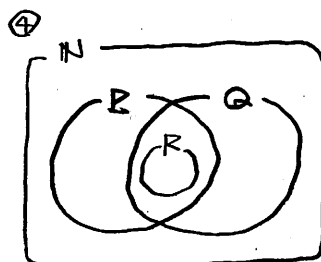
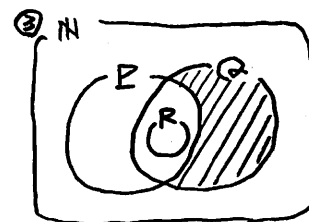
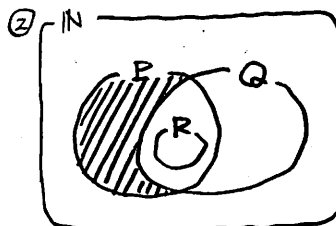
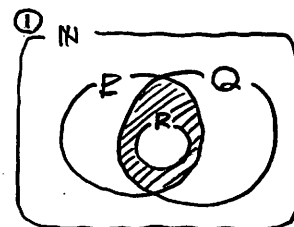
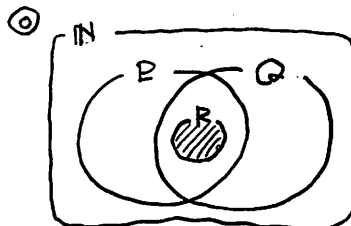
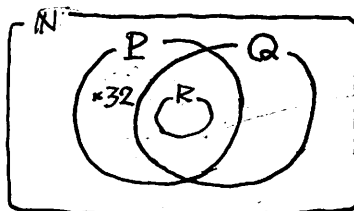
③ $\bar{P} \cap Q$ 6の倍数 から 12の倍数 を除いたもの

④ $\bar{P} \cap \bar{Q} \cap R = \emptyset$

⑤ $\bar{P} \cap \bar{Q} \cap \bar{R}$ 4の倍数 でも 6の倍数 でもないもの

包含関係は

$$P \cap Q \supset R \quad \text{なので 下図の通り}$$



よって

$$32 \in \underline{P \cap Q} \quad \textcircled{2}$$

7

(2)

 $P \cap Q$ 12の倍数.なので $x \in P \cap Q$ とすると

$$\min x = \underline{12} \notin R$$

④

(3)

(2) より

(PかつQ) かつ T

といえるので

$$(P \text{ かつ } Q) \Rightarrow T \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

4

の反例 である.

[3]

$$\begin{aligned} (1) \quad G: y &= (x-c)(x-c-4) \\ &= x^2 + (-2c-4)x + c(c+4) \\ &= x^2 - 2(\underbrace{c+2})x + c(\underbrace{c+4}) \end{aligned}$$

よって 線分 $x=3$ ($-3 \leq y \leq 0$)

と共有点をもつとき.

$$\begin{aligned} y(x=3) &= 9 - 6(c+2) + c(c+4) \\ &= c^2 - 2c - 3 \end{aligned}$$

より

$$-3 \leq c^2 - 2c - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c^2 - 2c - 3 \geq -3 \\ c^2 - 2c - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c^2 - 2c \geq 0 \\ c^2 - 2c - 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c(c-2) \geq 0 \\ (c+1)(c-3) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c \leq 0, 2 \leq c \\ -1 \leq c \leq 3 \end{cases}$$

よって

$$\underbrace{-1}_{\text{ト}} \leq \underbrace{c}_{\text{ナ}} \leq \underbrace{0}_{\text{ニ}}, \quad \underbrace{2}_{\text{ニ}} \leq \underbrace{c}_{\text{ハ}} \leq \underbrace{3}_{\text{ハ}}$$

(2) $2 \leq c \leq 3$ の場合G が点 $(3, -1)$ を通るとき

$$-1 = c^2 - 2c - 3$$

$$c^2 - 2c - 2 = 0$$

$$c = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$2 \leq c \leq 3 \quad \text{より}$$

$$c = 1 + \sqrt{3}$$

よって

$$\begin{aligned} G: y &= x^2 - 2(c+2)x + c(c+4) \\ &= (x-c-2)^2 - (c^2+4c+4) + c^2+4c \\ &= (x-c-2)^2 - 4 \end{aligned}$$

頂点 $(c+2, -4)$

$$= (\underbrace{3+\sqrt{3}}_{\text{ネ}}, \underbrace{-4}_{\text{ハ}})$$

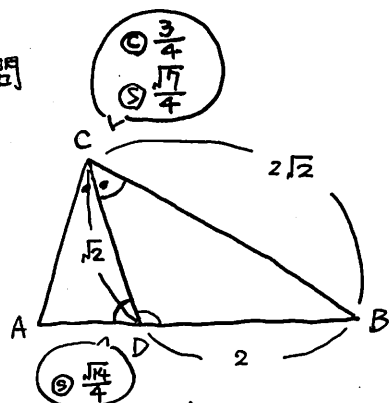
このとき

$$\begin{aligned} y(x=0) &= c(c+4) \\ &= (1+\sqrt{3})(5+\sqrt{3}) \\ &= 5 + 6\sqrt{3} + 3 \\ &= \underline{8+6\sqrt{3}} \end{aligned}$$

7ハハ

第2問

[1]



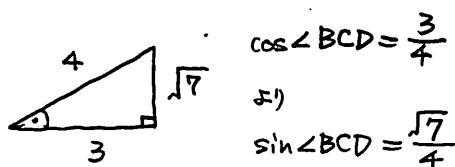
△BCD で余弦Th より

$$BD^2 = 2 + 8 - 2 \times \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{3}{4}$$

$$BD^2 = 10 - 6$$

$$BD^2 = 4$$

$$\textcircled{5} BD = \underline{\underline{2}}$$



△BCD で正弦Th より

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sin \angle BDC} = \frac{2}{\sin \angle BCD}$$

$$2 \sin \angle BDC = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\sin \angle BDC = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

よって

$$\sin \angle ADC = \sin (180^\circ - \angle BDC)$$

$$= \sin \angle BDC$$

$$= \frac{\sqrt{14}}{4}$$

イロイ

CD は ∠ACB の二等分線 なのて

$$AC : BC = AD : BD$$

$$AC : 2\sqrt{2} = AD : 2$$

$$2AC = 2\sqrt{2} AD$$

$$\text{よって} \frac{AC}{AD} = \sqrt{2}$$

つまり

$$AC = \sqrt{2} AD$$

$$AD = x \text{ とおくと}$$

$$AC = \sqrt{2} x$$

△ACD で余弦Th より

$$x^2 = 2x^2 + 2 - 2 \times \sqrt{2}x \times \sqrt{2} \times \cos \angle ACD$$

$$x^2 = 2x^2 + 2 - 4x \times \frac{3}{4}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

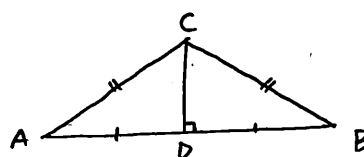
$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x = 1, 2$$

よって

$x = 2$ とすると

$$AD = 2, AC = 2\sqrt{2}$$

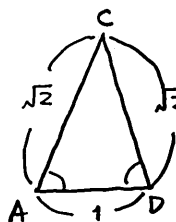


△ABC は AC = BC なる 等辺三角形 となり、∠BDC = 90° であることは不合理

よって

$$x = 1$$

$$\text{よって} AD = \underline{\underline{1}}, AC = \sqrt{2}$$



このとき △ACD は

AC = AD なる

等辺三角形 となり

$$\angle ADC = \angle DAC$$

$$\text{よって} \sin \angle ADC = \sin \angle DAC = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

△ABC で正弦Th より

$$2R = \frac{2\sqrt{2}}{\sin \angle DAC}$$

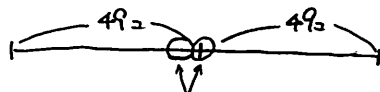
$$2R \times \frac{\sqrt{14}}{4} = 2\sqrt{2}$$

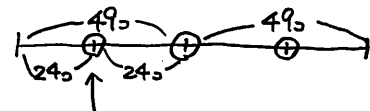
$$R = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{14}} = \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}}{7}$$

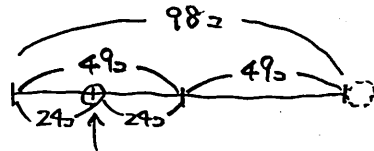
[2]

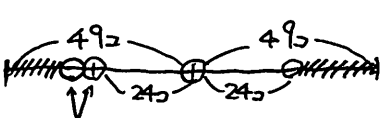
(1) ① X 外れ値があると、それ以外の場合も起こりうる。

① X 第1四分位数から第3四分位数までの全てのデータが同じになった場合、(四分位範囲)=0 ということが起こりうる。

② X 
この2つが同じだった場合
48個以下となる。

③ O 
小さい方から25番目


小さい方から25番目

④ X 
この2つが同じ値だった場合
残りの個数は52個以上となる。

⑤ O

④と同様に考えても、
データの範囲は変わらない。

よって

③と⑤
~~~~~  
コサ

(2) (I) X P10は1より大となっている。

(II) X P7とP8で逆転が生じている。

(III) O P1のMax < 79.5

P47のmin > 81

なので正しい

よって

⑥  
~~~~~  
シ

(3) $79.5 \leq \text{最小値} < 80.0$ より

①と②は除外される。

$80.0 \leq \text{第1四分位数} < 80.5$ より

③, ⑤, ⑥, ⑦は除外される。

$81.5 \leq \text{最大値} < 82.0$ より

③は除外される。

よって

④
~~~~~  
ス

(4) 補助線は男女の平均寿命の差を表しており

左側から 7.5, 7.0, 6.5, 6.0, 5.5

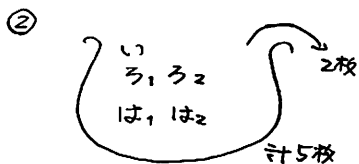
となっている。

7.5 ~ 7.0 には度数3なので

③  
~~~~~  
セ

第3問

[1] ① $p = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5$
 $= 1 - \left(\frac{5}{10}\right)^5$
 $= 1 - \frac{3125}{100000}$
 $= 0.9875 > 0.95$



(分母) $= {}_5C_2 = 10$ (枚)

(分子)

①と③ ... ${}_1C_1 \times {}_2C_1 = 2$ (枚)

②と④ ... ${}_1C_1 \times {}_2C_1 = 2$ (枚)

③と④ ... ${}_2C_1 \times {}_2C_1 = 4$ (枚)

よ) $2 + 2 + 4 = 8$ (枚)

よ) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

よて、正しい記述は ①と③

ちなみに

① 同じ様に考えると

もう1度試行をして、赤球が出る確率は

赤球が出る $\rightarrow \frac{4}{6}$

白球が出る $\rightarrow \frac{3}{6}$

となり、毎回の試行で確率が変化するものはおかしい。

③

表の面を見て 2体とも「オモテ」

という確率は

$\frac{1}{2} \times 0.9^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{9}{10}\right)^2 = \frac{81}{200}$

裏の面を見て 2体とも「オモテ」

という確率は

$\frac{1}{2} \times 0.1^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{200}$

よて 「オモテ」という確率は

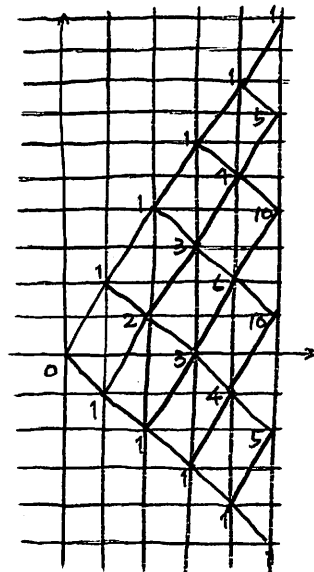
$\frac{81}{200} + \frac{1}{200} = \frac{82}{200}$

④ $p = \frac{\frac{81}{200}}{\frac{82}{200}} = \frac{81}{82} > 0.9$

[2]

1回で

表	+2		$\frac{1}{2}$
裏	-1		$\frac{1}{2}$



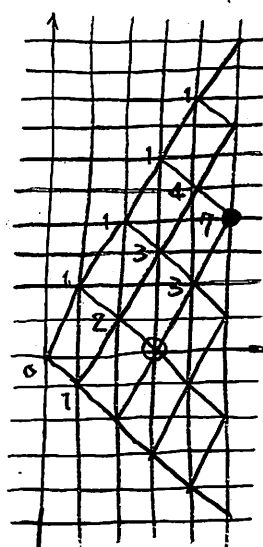
(1) 2回で -2点 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 1 = \frac{1}{4}$ ㇏

2回で 1点 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2 = \frac{1}{2}$ オカ

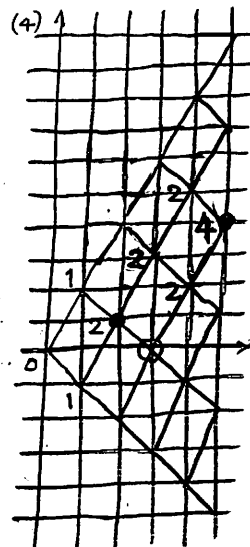
(2) 0点になることが起こるのは 3回目

その確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 3 = \frac{3}{8}$ ㇏

(3)



$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 7 = \frac{7}{32}$ ヲサ



上の経路は $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 4 = \frac{4}{32}$

よて $\frac{\frac{4}{32}}{\frac{7}{32}} = \frac{4}{7}$ ㇏

第4問

$$(1) 100x = 236.3636 \dots$$

$$\rightarrow x = 2.3636 \dots$$

$$99x = 234$$

$$x = \frac{234}{99} = \frac{26}{11} \quad \text{アケ}$$

$$(2) 49y = 2ab.abab \dots (7)$$

$$\rightarrow y = 2.abab \dots (7)$$

$$48y = 2ab - 2 (7)$$

$$48y = 49 \times 2 + 7a + b - 2$$

$$48y = 96 + 7a + b$$

$$y = \frac{96 + 7a + b}{48} \quad \text{カケ}$$

$$(i) 96 + 7a + b = 12k \quad (k \text{ は整数})$$

となるよ。

$$7a + b = 12(k-8)$$

$$\left(\begin{array}{l} 0 \leq a \leq 6 \quad \text{or} \quad 0 \leq b \leq 6 \quad \text{or} \\ 0 \leq 7a + b \leq 48 \end{array} \right)$$

$$(k=9) \quad 7a + b = 12 \quad (a=1, b=5)$$

$$(k=11) \quad 7a + b = 36 \quad (a=5, b=1)$$

2通り

$$y = \frac{12 \times 9}{48} = \frac{9}{4} \quad \text{ナ}$$

$$y = \frac{12 \times 11}{48} = \frac{11}{4} \quad \text{ニ}$$

$$(ii) y = \frac{96 + 7a + b}{48} \quad \text{ナ}$$

$$y = 2 + \frac{7a + b}{48}$$

$$y - 2 = \frac{7a + b}{48}$$

$7a + b$ は 48 の約数。となるよ。ナ

$$7a + b = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48$$

ただし $a \neq b$ ナ 以下を除く。

$$(a, b) = (6, 6) \dots 48$$

$$(5, 5) \dots 40$$

$$(4, 4) \dots 32$$

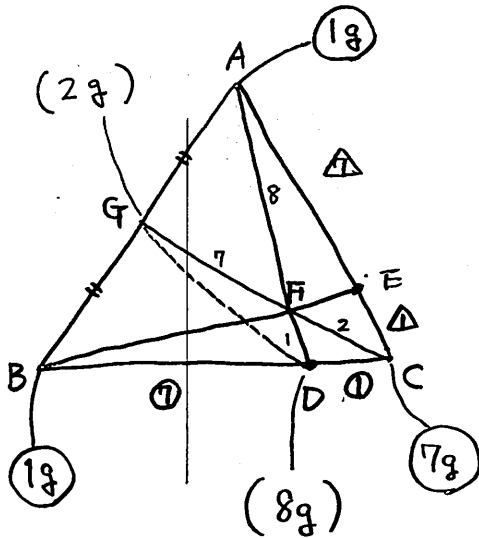
$$(3, 3) \dots 24$$

$$(2, 2) \dots 16$$

$$(1, 1) \dots 8$$

ナ、ニ
6個
ナ

第5問



図より

$$\frac{GB}{AG} = \frac{1}{7}, \frac{FD}{AF} = \frac{1}{8}, \frac{FC}{GF} = \frac{2}{7}$$

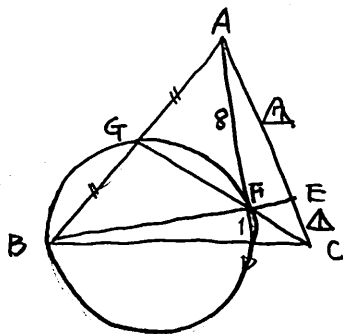
$$S(\triangle CDG) : S(\triangle BCG) = 1 : 8$$

$$S(\triangle BCG) : S(\triangle BFG) = 9 : 7$$

$$S(\triangle CDG) : S(\triangle BCG) : S(\triangle BFG) = 9 : 72 : 56$$

よって

$$\frac{S(\triangle CDG)}{S(\triangle BFG)} = \frac{9}{56}$$



$$AB = x \text{ とおす}$$

$$AG = \frac{x}{2}$$

よって Th より

$$\frac{x}{2} \cdot x = 8 \cdot 9$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

$$\text{よって } AB = 12$$

$$AE = 3\sqrt{7} \text{ とおす}$$

$$AE : AC = 7 : 8 \text{ より}$$

$$3\sqrt{7} : AC = 7 : 8$$

$$7AC = 24\sqrt{7}$$

$$AC = \frac{24\sqrt{7}}{7}$$

よって

$$AE \cdot AC = 3\sqrt{7} \times \frac{24\sqrt{7}}{7}$$

$$= 72$$

よって

$$AB \cdot AG = 12 \times 6$$

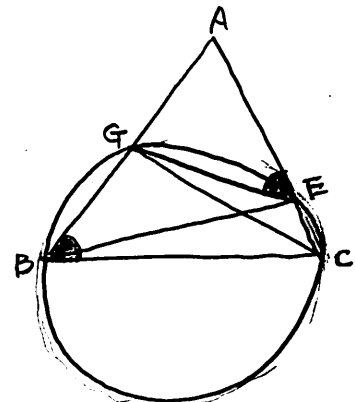
$$= 72$$

よって

$$AB \cdot AG = AE \cdot AC$$

よって Th の逆より

4点 G, B, C, E は同一円周上にあり



よって

四角形 GBCE は円に内接する

$$\angle AEG = \angle ABC$$

②