平　成　３１　年　度

長崎県立大学　地域創造学部

【一般入試（前期日程）】

数　学

（２００点・９０分）

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません．
2. 監督者の指示に従って，解答用紙に受験番号及び氏名を記入してください．
3. 解答時間は１０時００分から１１時３０分までです．
4. 問題のページは，１～２です．
5. 「そろばん」，「電卓」，「電卓機能のある時計」，「定規（定規の機能を備えた鉛筆等を含む）」，「コンパス」，「分度器」等の補助具，「スマートフォン」等の電子機器類は使用できません．
6. 解答用紙は，解答番号毎に１枚で，計５枚あります．どのページも切り離してはいけません．
7. 必答問題は，該当する問題番号の解答用紙で，解答してください．
   選択問題は，解答する２つの問題を決めたあと，それぞれ該当する問題番号の解答用紙で，必ずその問題番号を○で囲ってから，解答してください．問題番号を○で囲わなかった場合，あるいは３枚とも○で囲んである場合には，０点となることがあります．
8. 問題冊子のうち問題を印刷していないページにはページ番号を付けていません．そのようなページや余白等は適宜利用しても構いませんが，どのページも切り離してはいけません．
9. 問題冊子に落丁や印刷不鮮明，解答用紙に汚れなどがある場合は，手を挙げて監督者に申し出てください．
10. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください．

$\boxed{1}$, $\boxed{2}$ は必答問題で，$\boxed{3}$ ～ $\boxed{5}$ は選択問題です．

注意： 選択問題は２問を選択し，解答してください．解答用紙の問題番号を○で囲わなかった場合，あるいは３枚とも○で囲んである場合には，０点となることがあります．
解答は，その過程も含めて，すべて解答用紙の該当欄に記入してください．

$\boxed{1}$ （必答問題）（50 点）

次の問に答えなさい．

(1) 8 個の値からなるデータ 5, 9, 10, 12, 13, 15, および a, b $(a \leqq b)$ の平均値が 11 であるとする．

(i) $a+b$ の値を求めなさい．

(ii) 標準偏差が 3 であるとき，a, b の値を求めなさい．

(2) xy 平面上に，2 つの曲線 $C_1 : y = x^3 + 2x^2 - 2x - 1$, $C_2 : y = 2x^2 + x + 1$ がある．

(i) C_1 と C_2 の共有点の座標を求めなさい．

(ii) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めなさい．

(3) 7 個の数 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 から異なる 3 個の数を選び出し，それらを並べて 3 桁の整数をつくる．

(i) 5 の倍数の個数を求めなさい．

(ii) 3 の倍数の個数を求めなさい．

$\boxed{2}$ （必答問題）（50 点）

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ とし，関数 $y = f(x)$ のグラフを C とする．次の問に答えなさい．

(1) C 上の点 $(t, f(t))$ における C の接線の方程式を求めなさい．

(2) 座標平面上の点 (a, b) から C へ異なる 3 本の接線を引くことができるような a, b の条件を求めなさい．

(3) 座標平面上の点 (a, b) から C へ異なる 3 本の接線を引くことができ，接点の x 座標がすべて正であるような a, b の条件を求めなさい．さらに，その条件の表す領域を ab 平面上に図示しなさい．

3 （選択問題）（50 点）

箱 A には白玉 2 個と赤玉 3 個が入っており，箱 B には青玉 3 個と赤玉 2 個が入っている．コインを投げて，表ならば箱 A から，裏ならば箱 B から玉を 1 個取り出す．これを 1 回の試行とする．また，取り出した玉は，白玉または青玉ならば取り出した箱に戻し，赤玉ならば箱に戻さないものとする．ただし，コインはやや変形しており，表が出る確率は $p\ (0 < p < 1)$ である．1 回目の試行で赤玉を取り出す確率が $\dfrac{7}{15}$ であるとき，次の問に答えなさい．

(1) p の値を求めなさい．また，1 回目の試行で白玉，青玉を取り出す確率をそれぞれ求めなさい．

(2) 最初の 2 回の試行で，玉を以下の順に取り出す確率をそれぞれ求めなさい．

(i) 白玉，赤玉

(ii) 赤玉，白玉

(iii) 赤玉，赤玉

(3) 2 回目の試行で赤玉を取り出したとき，1 回目の試行でも赤玉を取り出していた条件付き確率を求めなさい．

4 （選択問題）（50 点）

数列

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{2^2},\ \frac{2}{2^2},\ \frac{1}{2^3},\ \frac{2}{2^3},\ \frac{3}{2^3},\ \frac{1}{2^4},\ \frac{2}{2^4},\ \frac{3}{2^4},\ \frac{4}{2^4},\ \frac{1}{2^5},\ \frac{2}{2^5},\ \cdots \qquad \cdots\cdots(*)$$

を，次のように，左から順に第 n 群が n 個の項を含むように分けるとする．

$$\frac{1}{2}\ \Big|\ \frac{1}{2^2},\ \frac{2}{2^2}\ \Big|\ \frac{1}{2^3},\ \frac{2}{2^3},\ \frac{3}{2^3}\ \Big|\ \frac{1}{2^4},\ \frac{2}{2^4},\ \frac{3}{2^4},\ \frac{4}{2^4}\ \Big|\ \frac{1}{2^5},\ \frac{2}{2^5},\ \cdots$$

次の問に答えなさい．

(1) 第 1 群から第 n 群までの n 個の群それぞれの先頭の項の和 S_n を求めなさい．

(2) 第 1 群から第 n 群までの n 個の群それぞれの末尾の項の和 T_n を求めなさい．

(3) 最初に現れる $\dfrac{5}{2^{10}}$ は（$*$）の数列の第何項か求めなさい．

(4) （$*$）の数列の第 1000 項は第何群に含まれるか求めなさい．また，（$*$）の数列の第 1000 項を求めなさい．

5 （選択問題）（50 点）

平面上に △ABC がある．実数 k に対して，点 P が

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} + (3-k)\overrightarrow{\mathrm{BP}} + 2k\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \vec{0}$$

を満たすものとする．次の問に答えなさい．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ および k の式で表しなさい．

(2) 点 P が △ABC の内部（辺上の点を含まない）にあるような k の値の範囲を求めなさい．

(3) $\mathrm{AB} = 4$，$\mathrm{AC} = 1$ とし，点 P が ∠BAC の二等分線上にあるとする．このときの k の値を求めなさい．

(4) (3) のとき，さらに，$\mathrm{BP} \perp \mathrm{AC}$ とする．△ABC の面積を求めなさい．