第　1　問

座標平面の原点を O とし，O, A(1, 0), B(1, 1), C(0, 1) を辺の長さが 1 の正方形の頂点とする。3 点 P(p, 0), Q(0, q), R(r, 1) はそれぞれ辺 OA, OC, BC 上にあり，3 点 O, P, Q および 3 点 P, Q, R はどちらも面積が $\dfrac{1}{3}$ の三角形の 3 頂点であるとする。

(1) q と r を p で表し，p, q, r それぞれのとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\dfrac{\mathrm{CR}}{\mathrm{OQ}}$ の最大値，最小値を求めよ。

◇M3(129—39)

第　2　問

O を原点とする座標平面において，点 A$(2, 2)$ を通り，線分 OA と垂直な直線を l とする。座標平面上を点 P(p, q) が次の 2 つの条件をみたしながら動く。

条件 1 ：$8 \leqq \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} \leqq 17$

条件 2 ：点 O と直線 l の距離を c とし，点 P(p, q) と直線 l の距離を d とするとき $cd \geqq (p-1)^2$

このとき，P が動く領域を D とする。さらに，x 軸の正の部分と線分 OP のなす角を θ とする。

(1) D を図示し，その面積を求めよ。

(2) $\cos\theta$ のとりうる値の範囲を求めよ。

第　3　問

正八角形の頂点を反時計回りに A, B, C, D, E, F, G, H とする。また，投げたとき表裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ のコインがある。

点 P が最初に点 A にある。次の操作を 10 回繰り返す。

操作： コインを投げ，表が出れば点 P を反時計回りに隣接する頂点に移動させ，裏が出れば点 P を時計回りに隣接する頂点に移動させる。

例えば，点 P が点 H にある状態で，投げたコインの表が出れば点 A に移動させ，裏が出れば点 G に移動させる。

以下の事象を考える。

事象 S： 操作を 10 回行った後に点 P が点 A にある。

事象 T： 1 回目から 10 回目の操作によって，点 P は少なくとも 1 回，点 F に移動する。

(1) 事象 S が起こる確率を求めよ。

(2) 事象 S と事象 T がともに起こる確率を求めよ。

第　4　問

O を原点とする座標平面を考える。不等式

$$|x|+|y| \leqq 1$$

が表す領域を D とする。また，点 P, Q が領域 D を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ をみたす点 R が動く範囲を E とする。

(1) D, E をそれぞれ図示せよ。

(2) a, b を実数とし，不等式

$$|x-a|+|y-b| \leqq 1$$

が表す領域を F とする。また，点 S, T が領域 F を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OU}}=\overrightarrow{\mathrm{OS}}-\overrightarrow{\mathrm{OT}}$ をみたす点 U が動く範囲を G とする。G は E と一致することを示せ。